Series_Converge()

2019 年 5 月 4 日 19:50 Log Creative

For: 单线程人类

1 收敛

0 发散

math Series_Converge(**series** $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$){

if (x_i>0) {

//正项级数,Cauchy also

//必要条件

if ($\lim\limits_{n\to\infty} x_n \neq 0$)

return 0;

else {

//比较判别法

if exist series $\sum_{n=1}^{\infty} y_n$ ($\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{y_n} = l \in [0,+\infty]$){

if ($l \in [0,+\infty)$ && Series_Converge($\sum_{n=1}^{\infty} y_n$)==1)

return 1;

else if ($l \in (0,+\infty]$ && Series_Converge($\sum_{n=1}^{\infty} y_n$)==0)

return 0;

else {

//*Cauchy*, 平均公比$\sqrt[n]{x_n} = \sqrt[n]{\frac{x_1}{x_0} \cdot \frac{x_2}{x_1} \cdot \ldots \cdot \frac{x_n}{x_{n+1}}}$

def $r \coloneqq \varlimsup\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{x_n}$;

if (r>1)

return 1;

else if (r<1)

return 0;

else {

//*d'Alembert*, 无穷等比数列$\sum_{i=1}^{\infty} a_0 q^i$

if ($\bar{r} \coloneqq \varlimsup\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} < 1$)

return 1;

else if ($\underline{r} \coloneqq \varliminf\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} > 1$)

return 0;

else {

//*Raabe*, Riemann $\zeta(p)$ $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^p}$, get p

undef r;

def $r \coloneqq \lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{x_n}{x_{n+1}} - 1\right)$;

if (r>1)

return 1;

else if (r<1)

return 0;

else {

```
//Bertrand, $\sum_{i=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^q n}$, get $q$
undef  r;
def $r \coloneqq \lim_{n\to\infty}(\ln n)\left[n\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}-1\right)-1\right]$;
if (r>1)
    return 1;
else if (r<1)
    return 0;
else {

    //integral
    $a = a_1 < a_2 < \cdots < a_n < \cdots \to +\infty$;
    $0 \le f(x) \in \mathcal{R}[a,+\infty)$,  $f(n) = x_n$;
    def $u_n \coloneqq \int_{a_n}^{a_{n+1}} f(x)\mathrm{d}x$
    if ($\int_a^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$  is converge)
        return 1;
    else {
        return 0;
    }
}
}
}
}
}
}
}
}
else {
//任意项级数

    //Leibniz
    if ($\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} x_n = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$ && $u_n > 0$ //alternative
        && $\{u_n\} \searrow 0$ //Leibniz
    ){
        return 1;
    }
    else {

        //Abel-Dirichlet
        if ($\sum_{n=1}^{\infty} x_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$){
            if ((({$a_n$} $\nearrow\le M$ || {$a_n$} $\searrow\ge m$) && (Series_Converge($\sum_{n=1}^{\infty} b_n$)==1) ) //Abel
            || ( {$a_n$} $\searrow 0$ && ($\{\sum_{n=1}^{\infty} b_n\} \nearrow\le M$ || $\{\sum_{n=1}^{\infty} b_n\} \searrow\ge m$) ) //Dirichlet){
                return 1;
        }
        else {

            //绝对收敛
            if (Series_Converge($\sum_{n=1}^{\infty}|x_n|$)==1) {
                return 1;
            }
            else {

                //Cauchy 收敛准则
```

```
                        if (∀ϵ > 0∃N ∈ ℕ₊∀m > n > N: |∑_{i=n+1}^{m} x_i| < ϵ){
                            return 1;
                        }
                        else {
                            return 0;
                        }
                    }
                }
            }
        }
    }
```